



64

屆

全國奧林匹克 數學團體競賽

OLPC I

國一~國三

個人競速賽

個人獨立作答

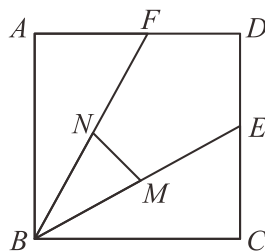
時間：20分鐘

選擇題：每題2分，共30分

S1. 已知 $\begin{cases} x+3y+5z=30 \\ 9x+7y+5z=10 \end{cases}$ ，則 $z-x=?$
(A) 6 (B) 7 (C) 11 (D) 9

S2. 定義一個新運算符號「 $\odot$ 」，若 $x \odot y = \frac{1}{xy} + \frac{1}{(x+1)(y+k)}$ ， $2 \odot 1 = \frac{2}{3}$ ，則 $\frac{1}{2022 \odot 2023} = ?$
(A) 2048264 (B) 2045253 (C) 2046264 (D) 2048284

S3. 如圖，正方形 ABCD 的面積為 3，點 E 在 $\overline{CD}$ 上，且 $\overline{CE}=1$ ， $\angle ABE$ 的平分線交 $\overline{AD}$ 於 F，點 M、N 分別為 $\overline{BE}$ 、 $\overline{BF}$ 的中點，則 $\overline{MN} = ?$
(A) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ (B) $2-\sqrt{3}$ (C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$



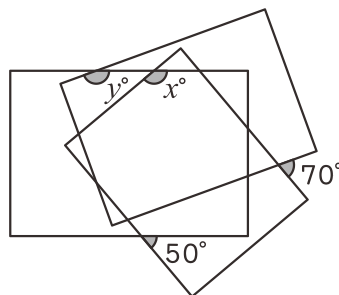
S4. 若 $a = 2^{2024} - 2^{2023} - 2^{2022}$ ， $b = 5^{2024} - 5^{2023} - 5^{2022}$ ，則 $a \times b$ 的積的數字和是多少？
(A) 10 (B) 7 (C) 4 (D) 1

S5. 平面直角坐標系中，O 為原點，點 A 的坐標為 (a, a) ，點 B 的坐標為 (b, c) ，若整數 a, b, c 滿足 $\begin{cases} a+3b-4c=6 \\ a-2b+c=-4 \end{cases}$ ，且 $\triangle OAB$ 面積大於 5 而小於 9，則 a 的可能值有多少個？
(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8

S6. 歌德巴赫猜想：“每個大於 2 的偶數可以表示為兩個質數的和”，例如 $20 = 7 + 13$ ，則在不大于 30 的質數中隨機取 2 個不同的質數，其和等於 30 的機率是多少？
(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{15}$ (D) $\frac{1}{30}$

S7. 若 a, b, c, d 成等比數列，且 a, d 為 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 的兩根，則 b 與 c 的積是多少？
(A) 1 (B) -1 (C) $\frac{5}{2}$ (D) $-\frac{5}{2}$

S8. 如圖，三個矩形互相交疊在一起，則 $x+y$ 的值是多少？
(A) 240 (B) 280 (C) 300 (D) 310



個人競速賽

個人獨立作答

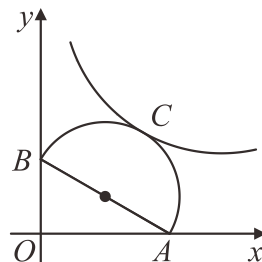
S9. $(2022^3 + 2023 \times 2022 \times 3 + 1)^2$ 的正因數有多少個？

- (A) 28 (B) 49 (C) 72 (D) 91

S10. 如圖，若 $\overline{AB}$ 是半圓的直徑，C 是半圓的中點， $A(2, 0)$ ， $B(0, 1)$ ，

反比例函數 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的圖形經過 C，則 $k = ?$

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{5}{2}$ (C) $\frac{9}{4}$ (D) 3



S11. 下列三個敘述必定正確的有哪些？

- ① 若 $a > 0$ ， $b < 0$ ，則 $\frac{|a|}{a} + \frac{b}{|b|} - \frac{ab}{|ab|} = 1$
 ② 若 $|a+3| = -3-a$ ，則 $|b+4| - |a+3| = a+b+1$
 ③ 定義 $\{a, b\} = \begin{cases} a+b, & (a > b) \\ 0, & (a=b) \\ b-a, & (a < b) \end{cases}$ ，當 $ab < 0$ ， $a+b > 0$ ， $|a| > |b|$ 時， $\{a, b\} = a+b$

- (A) ①② (B) ①③ (C) ②③ (D) ①

S12. 由圓內接正 7 邊形的 7 個頂點 $A_1, A_2, \dots, A_7$ 中任三個頂點組成的銳角三角形，共有多少個？

- (A) 14 (B) 20 (C) 21 (D) 28

S13. 設 m, n 為正整數，若 $\frac{(1-\frac{1}{2^2})(1-\frac{1}{3^2})\cdots(1-\frac{1}{2023^2})}{(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})\cdots(1-\frac{1}{2023})} = n$ ，且 $x^2 + mx - n = 0$ ，則 m

的最小值是多少？

- (A) 18 (B) 21 (C) 24 (D) 26

S14. 老師將 1~10 十張數字卡隨機發給甲、乙、丙、丁、戊五人各 2 張，並要他們把卡片的數之和寫在黑板上，結果發現甲為 18，乙、丙、丁均相同，根據以上資訊判斷下列敘述何者正確？

- (A) 戊寫的數有 3 種可能 (B) 戊一定有拿到 9
 (C) 戊寫的數有 4 種可能 (D) 戊一定沒有拿到 6

S15. 高雄市政府在 A、B、C 三條路線安排雙層和單層兩種巴士行駛，初步編排預算計畫採購這三條路線需要的巴士總數量之比為 5:6:7，需要的雙層巴士之比為 4:3:9，並且 A、B 兩條路線需要的單層巴士之比為 2:3，但在採購時雙層巴士的價格比預算低 20%，單層巴士的價格比預算高 25%，因此雙層巴士購買數量減少 6.25%，使得總花費與預算相等，則雙層巴士購買的花費佔單層巴士購買花費的多少百分比？

- (A) 54% (B) 60% (C) 64% (D) 65%



64

屆

全國奧林匹克 數學團體競賽

OLPC I

國一~國三

個人思考賽

個人獨立作答

時間：40分鐘

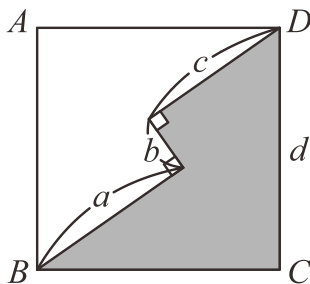
簡答題：每題4分，共24分

I1. 已知正數 n 滿足 $2\sqrt{n^2-1} + \sqrt{n^2-4} = n^2$ ，則 $n = ?$

I2. 某六個不同質數的和是 2023，則這六個質數的積最小是多少？

I3. 若 $x + \frac{1}{x} = -1$ ，則 $x^{2022} + x^{2023} + \frac{1}{x^{2022}} + \frac{1}{x^{2023}} = ?$

I4. 如圖，正方形 ABCD 的邊長為 d ，且 $a = b + c$ ，其中 a, b, c, d 皆為正整數；若塗色部分的周長是 64cm，則塗色部分的面積是多少 cm^2 ？



I5. 設 n 是大於 1922 的整數，若 $\frac{n-1922}{2022-n}$ 是完全平方數，則所有可能的 n 值總和是多少？

I6. 已知 $|x+2| + |1-x| = 9 - |y-5| - |1+y|$ ，則 $x+y$ 的最大值與最小值的和是多少？

簡答題：每題8分，共16分

I7. 對於三位自然數 N ，若 N 能被它的各位數字之和 M 整除，則稱 N 是 M 的和倍數，例如：375 是 15 的和倍數。已知三位數 $k = \overline{abc}$ 是 12 的和倍數，其中 a, b, c 皆不相同，從 a, b, c 中任選 2 個組成最大的兩位數記為 $P(k)$ ，任選 2 個組成最小的兩位數記為 $Q(k)$ ，若 $\frac{P(k)+Q(k)}{16}$ 為整數，則所有可能的 k 值之和是多少？

I8. 使方程 $\sqrt{x+23-10\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+14-8\sqrt{x-2}} = 3$ 成立的所有 x 可能值之和是多少？



64

全國奧林匹克
數學團體競賽

OLPC I

國一~國三

◀ 團隊接力賽 - 第一輪 ▶

全隊共同作答

時間：6分鐘

簡答題：R1B. 答對5分，共5分

R1A. $2022\sqrt{\frac{1}{n}} = \sqrt{2022 \frac{2022}{n}}$ ，請問 $n = ?$

R1B. $T =$ 你從 R1A 得到的結果。
請問 $2^2 + 20^{20} + 200^{200} + T^T$ 的末兩位數字是多少？

樣
題



64

屆

全國奧林匹克 數學團體競賽

OLPC I

國一~國三

－ 團隊接力賽 - 第二輪 -

全隊共同作答

時間：8分鐘

簡答題：R2B. 答對5分，R2C. 答對10分，共15分

R2A. 若 $a+b+c=0$ ， $a^2+b^2+c^2=4$ ，請問 $a^4+b^4+c^4=?$

R2B. S = 你從 R2A 得到的結果。

若 $\frac{3}{10} + \frac{2}{35} + \frac{4}{77} + \frac{2}{143} = 30 \div (76 - S \div 1\frac{4}{x})$ ，請問 $x=?$

R2C. T = 你從 R2B 得到的結果。

在直角三角形 ABC 中， $\angle C=90^\circ$ ，若三條邊 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 的長度皆為整數，且 $\overline{AC} = T$ ，請問 $\overline{AB} = ?$



64

屆

全國奧林匹克 數學團體競賽

OLPC I

國一~國三

團隊接力賽 - 第三輪 -

全隊共同作答

時間：10分鐘

簡答題：R3B. 答對5分，R3D. 答對5分，R3E. 答對10分，共20分

R3A. 已知 n 為正整數，且 $\frac{2n+32}{n-2}$ 的計算結果也是一個正整數，請問 $\frac{2n+32}{n-2}$ 所能得到的最大整數值為何？

R3B. S = 你從 R3A 得到的結果。
在同一平面上，以點 O 為共同頂點引出四條射線 OA 、 OB 、 OC 、 OD ，並依順時針方向排列。已知 $\angle AOB = 2x^\circ$ ， $\angle BOC = (3x+5)^\circ$ ， $\angle COD = (x+25)^\circ$ ，且 $\angle AOD = 3S^\circ$ ，請問 x 的值為何？

R3C. x 是一個二位正整數， $f(x)$ 表示其個位數字與十位數字的和，例如： $f(48) = 4+8=12$ 。若 $f(a)$ 是質數，請問滿足此條件的二位質數 a ，共有多少個？

R3D. T = 你從 R3C 得到的結果。
在一個兩股長分別為 40cm 與 T cm 的直角三角形中，能剪下的最大正方形面積是多少 cm^2 ？

R3E. P = 你從 R3B 得到的結果， Q = 你從 R3D 得到的結果。
已知 x 與 y 皆為正整數，且滿足方程 $x^2 + Px - y^2 + Qy = 1200$ ，請問滿足此條件的 (x, y) 共有幾組？



64

屆

全國奧林匹克 數學團體競賽

OLPC I

國一~國三

團隊合作賽

全隊共同作答

時間：25分鐘

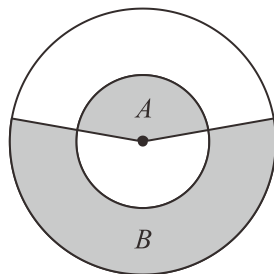
簡答題：每題6分，共90分

T1. 設 a 是整數， α 、 β 是方程 $4ax^2 - 4ax + a + 1 = 0$ 的兩個實根，請問使 $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ 的值為整數的 a 值總和是多少？

T2. N 是一個大於 1 的正整數，將 N 的所有正因數由小至大排成一列，若最大的兩個因數相加之和恰好等於 102，請問滿足此條件的所有可能正整數 N 之和為何？

T3. 對於正整數 a 、 b ，如果滿足 $\underbrace{\sqrt{b + \sqrt{b + \sqrt{b + \cdots + \sqrt{b + \sqrt{b + a}}}}}}_{n \text{ 個根號}} = a$ 時，稱 (a, b) 是一組完美方根數對。已知 $(3, p)$ 與 $(q, 1980)$ 都是完美方根數對，請問 $p + q = ?$

T4. 如圖，半徑 10cm 的圓與半徑 20cm 的圓的圓心重合在一起，若 A 部分面積是 150cm^2 ，請問 B 部分面積是多少 cm^2 ？(圓周率使用 3.14)



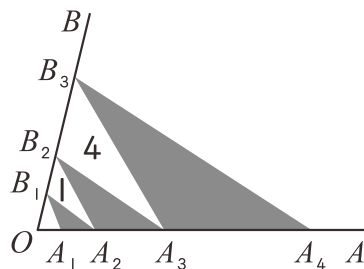
T5. $10 \times \left(\frac{19}{20} - \frac{18}{19}\right) \div \left(\frac{18}{19} - \frac{17}{18}\right) \times \left(\frac{17}{18} - \frac{16}{17}\right) \div \left(\frac{16}{17} - \frac{15}{16}\right) = ?$

T6. 如圖，是一個由質數組成的幻方，每一直行、每一橫列、每一對角線的數之和都相等，請問 $a + d - e$ 的值是多少？

17	a	b
89	c	d
e	f	101

T7. 若 $m + n = 1$ ，請問 $\left(\frac{n + 2m}{m^2 - mn} + \frac{1}{m}\right) \times (m^2 - n^2) = ?$

T8. 如圖，點 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 在射線 OA 上，點 B_1 、 B_2 、 B_3 在射線 OB 上，且 $\overline{A_1B_1} // \overline{A_2B_2} // \overline{A_3B_3}$ ， $\overline{A_2B_1} // \overline{A_3B_2} // \overline{A_4B_3}$ ，若 $\triangle B_1A_2B_2$ 、 $\triangle B_2A_3B_3$ 的面積分別為 1、4，請問圖中三個塗色三角形的面積之和是多少？



團隊合作賽

全隊共同作答

T9. 化簡 $\frac{(3+2\sqrt{6}-\sqrt{33})(4+\sqrt{6}+\sqrt{22})}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{7-2\sqrt{12}}} = ?$

T10. $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^8 + (\sqrt{2}+\sqrt{3})^8 = ?$

T11. 設 x, y 皆為整數，請問滿足 $2 \mid x-2 \mid + 3 \mid y+3 \mid = 9$ 的數對 (x, y) 共有多少組？

T12. $3^{-x} + \frac{3^x+2}{3^x+6} = \frac{24}{3^{2x}+6 \times 3^x}$ ，請問實數 x 是多少？

T13. 從三邊長均為整數且周長為 24 的三角形中任取一個，則它是直角三角形的機率為 $\frac{1}{a}$ ，請問 $a = ?$

T14. 設 x, y, z 是正整數，滿足 $|x-y| + |y-674| + |z-1348| = 2022$ ，請問 $x+y+z$ 的最大值是多少？

T15. 已知 $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 100x + 5000}$ ，請問 $f(1) + f(2) + \dots + f(100) = ?$

是題



64

屆

全國奧林匹克 數學團體競賽

OLPC I

國一~國三-解答

個人競速賽

S1	S2	S3	S4	S5
D	C	A	A	C
S6	S7	S8	S9	S10
C	A	C	D	C
S11	S12	S13	S14	S15
B	A	B	D	B

團隊接力賽

R1B	R3B
25	36
R2B	R3D
7	64
R2C	R3E
25	3

個人思考賽

I1	$\sqrt{5}$
I2	5440890
I3	1
I4	120
I5	8006
I6	3
I7	1776
I8	49

團隊合作賽

T1	-10
T2	254
T3	51
T4	492
T5	8
T6	71
T7	3
T8	10.5
T9	24
T10	9602
T11	6
T12	1
T13	12
T14	6740
T15	101