個人競速賽

個人獨立作答

時間：20分鐘

選擇題：每題2分，共30分

樣張

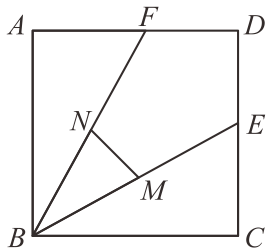
S1. 已知 $\begin{cases} x+3y+5z=30 \\ 9x+7y+5z=10 \end{cases}$，則 $z-x=$？

(A) 6　(B) 7　(C) 11　(D) 9

S2. 定義一個新運算符號「◎」，若 $x◎y=\frac{1}{xy}+\frac{1}{(x+1)(y+k)}$，$2◎1=\frac{2}{3}$，則 $\frac{1}{2022◎2023}=$？

(A) 2048264　(B) 2045253　(C) 2046264　(D) 2048284

S3. 如圖，正方形 ABCD 的面積為 3，點 E 在$\overline{CD}$上，且$\overline{CE}=1$，∠ABE 的平分線交$\overline{AD}$於 F，點 M、N 分別為$\overline{BE}$、$\overline{BF}$的中點，則$\overline{MN}=$？



(A) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$　(B) $2-\sqrt{3}$　(C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$　(D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

S4. 若 $a=2^{2024}-2^{2023}-2^{2022}$，$b=5^{2024}-5^{2023}-5^{2022}$，則 $a\times b$ 的積的數字和是多少？

(A) 10　(B) 7　(C) 4　(D) 1

S5. 平面直角坐標系中，O 為原點，點 A 的坐標為(a，a)，點 B 的坐標為(b，c)，若整數 a、b、c 滿足 $\begin{cases} a+3b-4c=6 \\ a-2b+c=-4 \end{cases}$，且△OAB 面積大於 5 而小於 9，則 a 的可能值有多少個？

(A) 3　(B) 4　(C) 6　(D) 8

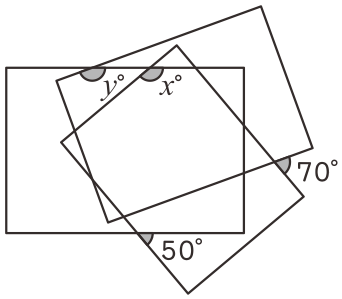
S6. 歌德巴赫猜想：〝每個大於 2 的偶數可以表示為兩個質數的和〞，例如 $20=7+13$，則在不大於 30 的質數中隨機取 2 個不同的質數，其和等於 30 的機率是多少？

(A) $\frac{1}{10}$　(B) $\frac{1}{12}$　(C) $\frac{1}{15}$　(D) $\frac{1}{30}$

S7. 若 a、b、c、d 成等比數列，且 a、d 為 $2x^2-5x+2=0$ 的兩根，則 b 與 c 的積是多少？

(A) 1　(B) -1　(C) $\frac{5}{2}$　(D) $-\frac{5}{2}$

S8. 如圖，三個矩形互相交疊在一起，則 $x+y$ 的值是多少？



(A) 240　(B) 280　(C) 300　(D) 310

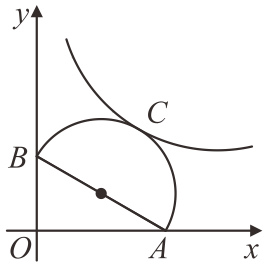
個人競速賽

個人獨立作答

S9. $(2022^3+2023\times2022\times3+1)^2$ 的正因數有多少個？

(A) 28　(B) 49　(C) 72　(D) 91

S10. 如圖，若$\overline{AB}$是半圓的直徑，C 是半圓的中點，A(2，0)，B(0，1)，反比例函數 $y=\frac{k}{x}(x>0)$的圖形經過 C，則 k＝？



(A) $\frac{3}{2}$　(B) $\frac{5}{2}$　(C) $\frac{9}{4}$　(D) 3

S11. 下列三個敘述必定正確的有哪些？

①若 a＞0，b＜0，則 $\frac{|a|}{a}+\frac{b}{|b|}-\frac{ab}{|ab|}=1$

②若 $|a+3|=-3-a$，則 $|b+4|-|a-3|=a+b+1$

③定義 $\{a，b\}=\begin{cases} a+b，(a>b) \\ 0，(a=b) \\ b-a，(a<b) \end{cases}$，當 ab＜0，a＋b＞0，$|a|>|b|$ 時，$\{a，b\}=a+b$

(A) ①②　(B) ①③　(C) ②③　(D) ①

S12. 由圓內接正 7 邊形的 7 個頂點 A_1、A_2、……、A_7 中任三個頂點組成的銳角三角形，共有多少個？

(A) 14　(B) 20　(C) 21　(D) 28

S13. 設 m、n 為正整數，若 $\frac{(1-\frac{1}{2^2})(1-\frac{1}{3^2})\cdots\cdots(1-\frac{1}{2023^2})}{(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})\cdots\cdots(1-\frac{1}{2023})}=n$，且 $x^2+mx-n=0$，則 m 的最小值是多少？

(A) 18　(B) 21　(C) 24　(D) 26

S14. 老師將 1～10 十張數字卡隨機發給甲、乙、丙、丁、戊五人各 2 張，並要他們把卡片的數之和寫在黑板上，結果發現甲為 18，乙、丙、丁均相同，根據以上資訊判斷下列敘述何者正確？

(A) 戊寫的數有 3 種可能　(B) 戊一定有拿到 9
(C) 戊寫的數有 4 種可能　(D) 戊一定沒有拿到 6

S15. 高端市規劃在 A、B、C 三條路線安排雙層和單層兩種巴士行駛，初步編排預算計畫採購這三條路線需要的巴士總數量之比為 5：6：7，需要的雙層巴士之比為 4：3：9，並且 A、B 兩條路線需要的單層巴士之比為 2：3，但在採購時雙層巴士的價格比預算低 20%，單層巴士的價格比預算高 25%，因此雙層巴士購買數量減少 6.25%，使得總花費與預算相等，則雙層巴士購買的花費佔單層巴士購買花費的多少百分比？

(A) 54%　(B) 60%　(C) 64%　(D) 65%

樣題

個人思考賽

個人獨立作答

時間：40分鐘

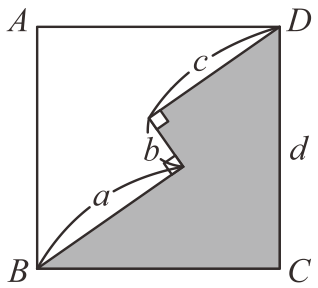
簡答題：每題4分，共24分

I1. 已知正數 n 滿足 $2\sqrt{n^2-1}+\sqrt{n^2-4}=n^2$，則 $n=$？

I2. 某六個不同質數的和是 2023，則這六個質數的積最小是多少？

I3. 若 $x+\frac{1}{x}=-1$，則 $x^{2022}+x^{2023}+\frac{1}{x^{2022}}+\frac{1}{x^{2023}}=$？

I4. 如圖，正方形 ABCD 的邊長為 d，且 $a=b+c$，其中 a、b、c、d 皆為正整數；若塗色部分的周長是 64cm，則塗色部分的面積是多少 cm^2？



I5. 設 n 是大於 1922 的整數，若 $\frac{n-1922}{2022-n}$ 是完全平方數，則所有可能的 n 值總和是多少？

I6. 已知 $|x+2|+|1-x|=9-|y-5|-|1+y|$，則 $x+y$ 的最大值與最小值的和是多少？

簡答題：每題8分，共16分

I7. 對於三位自然數 N，若 N 能被它的各位數字之和 M 整除，則稱 N 是 M 的和倍數，例如：375 是 15 的和倍數。已知三位數 $k=\overline{abc}$ 是 12 的和倍數，其中 a、b、c 皆不相同，從 a、b、c 中任選 2 個組成最大的兩位數記為 P(k)，任選 2 個組成最小的兩位數記為 Q(k)，若 $\frac{P(k)+Q(k)}{16}$ 為整數，則所有可能的 k 值之和是多少？

I8. 使方程 $\sqrt{x+23-10\sqrt{x-2}}+\sqrt{x+14-8\sqrt{x-2}}=3$ 成立的所有 x 可能值之和是多少？

樣題

團隊接力賽 - 第一輪

全隊共同作答

時間：6分鐘

簡答題：R1B.答對5分，共5分

R1A. $2022\sqrt{\frac{1}{n}}=\sqrt{2022\frac{2022}{n}}$，請問 $n=$？

R1B. T＝你從 R1A 得到的結果。
請問 $2^2+20^{20}+200^{200}+T^T$ 的末兩位數字是多少？

樣題

團隊接力賽 - 第二輪

全隊共同作答

時間：8分鐘

簡答題：R2B.答對5分，R2C.答對10分，共15分

樣題

R2A. 若 $a+b+c=0$，$a^2+b^2+c^2=4$，請問 $a^4+b^4+c^4=$？

R2B. S＝你從 R2A 得到的結果。

若 $\frac{3}{10}+\frac{2}{35}+\frac{4}{77}+\frac{2}{143}=30\div(76-S\div1\frac{4}{x})$，請問 $x=$？

R2C. T＝你從 R2B 得到的結果。

在直角三角形 ABC 中，$\angle C=90°$，若三條邊 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 的長度皆為整數，且 $\overline{AC}=T$，請問 $\overline{AB}=$？

團隊接力賽 - 第三輪

全隊共同作答

時間：10分鐘

簡答題：R3B.答對5分，R3D.答對5分，R3E.答對10分，共20分

樣題

R3A. 已知 n 為正整數，且 $\frac{2n+32}{n-2}$ 的計算結果也是一個正整數，請問 $\frac{2n+32}{n-2}$ 所能得到的最大整數值為何？

R3B. S＝你從 R3A 得到的結果。

在同一平面上，以點 O 為共同頂點引出四條射線 OA、OB、OC、OD，並依順時針方向排列。已知∠AOB＝$2x°$，∠BOC＝$(3x+5)°$，∠COD＝$(x+25)°$，且∠AOD＝$3S°$，請問 x 的最大可能值為何？

R3C. x 是一個二位正整數，f(x)表示其個位數字與十位數字的和，例如：f(48)＝4＋8＝12。若 f(a)是質數，請問滿足此條件的二位質數 a，共有多少個？

R3D. T＝你從 R3C 得到的結果。

在一個兩股長分別為 40cm 與 Tcm 的直角三角形中，能剪下的最大正方形面積是多少 cm^2？

R3E. P＝你從 R3B 得到的結果，Q＝你從 R3D 得到的結果。

已知 x 與 y 皆為正整數，且滿足方程 $x^2+Px-y^2+Qy=1200$，請問滿足此條件的(x，y)共有幾組？

團隊合作賽

全隊共同作答

時間：25分鐘

簡答題：每題6分，共90分

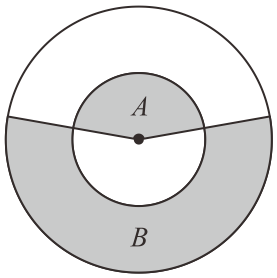
樣張

T1. 設 a 是整數，α、β是方程 $4ax^2-4ax+a+1=0$ 的兩個實根，請問使 $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}$ 的值為整數的 a 值總和是多少？

T2. N 是一個大於 1 的正整數，將 N 的所有正因數由小至大排成一列，若最大的兩個因數相加之和恰好等於 102，請問滿足此條件的所有可能正整數 N 之和為何？

T3. 對於正整數 a、b，如果滿足 $\underbrace{\sqrt{b+\sqrt{b+\sqrt{b+\cdots\cdots+\sqrt{b+\sqrt{b+a}}}}}}_{n\text{個根號}}=a$ 時，稱(a，b)是一組完美方根數對。已知(3，p)與(q，1980)都是完美方根數對，請問 $p+q=$？

T4. 如圖，半徑 10cm 的圓與半徑 20cm 的圓的圓心重合在一起，若 A 部分面積是 $150cm^2$，請問 B 部分面積是多少 cm^2？(圓周率使用 3.14)



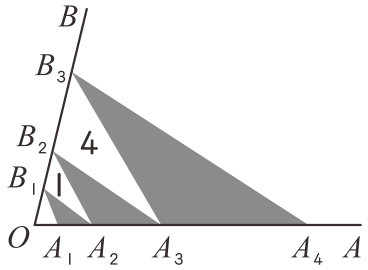
T5. $10\times(\frac{19}{20}-\frac{18}{19})\div(\frac{18}{19}-\frac{17}{18})\times(\frac{17}{18}-\frac{16}{17})\div(\frac{16}{17}-\frac{15}{16})=$？

T6. 如圖，是一個由質數組成的幻方，每一直行、每一橫列、每一對角線的數之和都相等，請問 $a+d-e$ 的值是多少？

17	a	b
89	c	d
e	f	101

T7. 若 $m+n=1$，請問 $(\frac{n+2m}{m^2-mn}+\frac{1}{m})\times(m^2-n^2)=$？

T8. 如圖，點 A_1、A_2、A_3、A_4 在射線 OA 上，點 B_1、B_2、B_3 在射線 OB 上，且 $\overline{A_1B_1}//\overline{A_2B_2}//\overline{A_3B_3}$，$\overline{A_2B_1}//\overline{A_3B_2}//\overline{A_4B_3}$，若△$B_1A_2B_2$、△$B_2A_3B_3$ 的面積分別為 1、4，請問圖中三個塗色三角形的面積之和是多少？



團隊合作賽

全隊共同作答

T9. 化簡 $\dfrac{(3+2\sqrt{6}-\sqrt{33})(4+\sqrt{6}+\sqrt{22})}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{7-2\sqrt{12}}}=$？

T10. $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^8+(\sqrt{2}+\sqrt{3})^8=$？

T11. 設 x、y 皆為整數，請問滿足 $2|x-2|+3|y+3|=9$ 的數對(x，y)共有多少組？

T12. $3^{-x}+\dfrac{3^x+2}{3^x+6}=\dfrac{24}{3^{2x}+6\times 3^x}$，請問實數 x 是多少？

T13. 從三邊長均為整數且周長為 24 的三角形中任取一個，則它是直角三角形的機率為 $\dfrac{1}{a}$，請問 a＝？

T14. 設 x、y、z 是正整數，滿足 $|x-y|+|y-674|+|z-1348|=2022$，請問 $x+y+z$ 的最大值是多少？

T15. 已知 $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-100x+5000}$，請問 $f(1)+f(2)+\cdots\cdots+f(100)=$？

樣題

個人競速賽

S1	S2	S3	S4	S5
D	C	A	A	C
S6	S7	S8	S9	S10
C	A	C	D	C
S11	S12	S13	S14	S15
B	A	B	D	B

個人思考賽

I1	$\sqrt{5}$
I2	5440890
I3	1
I4	120
I5	8006
I6	3

I7	1776
I8	49

團隊接力賽

R1B	R3B
25	36
R2B	R3D
7	64
R2C	R3E
25	3

團隊合作賽

T1	-10
T2	254
T3	51
T4	492
T5	8

T6	71
T7	3
T8	10.5
T9	24
T10	9602

T11	6
T12	1
T13	12
T14	6740
T15	101

樣題